การคำนวณและการเขียนแผนภูมิแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคานด้วย วิธีช่วงต่อเนื่อง สำหรับการเรียนการสอน วิชา 3100-0107 ความแข็งแรงของวัสดุ

Calculation Shear Force and Bending Diagram Using The Continuous Segment Method for 3100-0107 Strength of Material

มนตรี มนตรีพิลา

สาขาวิชาเทคนิคโลหะ วิทยาลัยเทคนิคร้อยเอ็ด 1 เทวาภิบาล อ.เมือง จ.ร้อยเอ็ด 45000

mmtpla@hotmail.co.th

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบผลการคำนวณและหาประสิทธิภาพชุดการสอนเรื่องแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน โดยการคำนวณวิธีช่วงต่อเนื่อง วิธีการดำเนินการวิจัยคือ ผู้วิจัยนำชุดการสอนเรื่องแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน โดยการคำนวณวิธีช่วงต่อเนื่อง ทดลองใช้กับนักศึกษากลุ่มตัวอย่าง โดยทำการสอนด้วยชุดการสอนพร้อมกับให้ทำแบบฝึกหัดหลังจากจบการเรียนในแต่ละหน่วยการเรียนย่อย และเมื่อเรียนจบทุกหน่วยการเรียนแล้ว จึงให้กลุ่มตัวอย่างทำการทดสอบความรู้หลังเรียนด้วยชุดการสอน อีกครั้งหนึ่งจากนั้นนำคะแนนที่ได้จากการทำแบบฝึกหัด และคะแนนจากการทำแบบทดสอบมาคำนวณหาประสิทธิภาพของชุดการสอน ผลการวิจัยปรากฏว่าชุดการสอน เรื่องแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคานที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมีประสิทธิภาพ 81.57/82.94 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ 80/80

คำสำคัญ: วิธีช่วงต่อเนื่อง แรงเฉือนและโมเมนต์ดัด

Abstract

The research was aimed to comparative calculation and find the efficiency of the Instructional Package for shear force and bending moment diagram on beam using the continuous segment method topic .The sample group was taken the exercises were conducted after each lesson completion. The Posttest was used at the end of course. Finally, the score form the exercices and tests were calculated to evaluate the efficiency of the instruction package.The result of this research shows that the Instructional Package for Die Cutting had an efficiency of 81.03/82.82 which was higher than the expected criteria at 80/80

Keyword: the continuous segment method sheear force and bending moment

1. บทนำ

ในปัจจุบันนี้การเรียนวิชา ความแข็งแรงของวัสดุ เป็นที่ทราบกันดีว่า นอกจากจะต้องเข้าใจคุณสมบัติทางกลของวัสดุแล้ว ผู้เรียนจะต้องมีความรู้เกี่ยวกับการวิเคราะห์แรงชนิดต่างๆ ที่กระทำต่อคาน และการวิเคราะห์ความแข็งแรงของวัสดุ เพื่อใช้ในการกำหนดชนิดและขนาดของวัสดุใช้งาน หากแต่ยังไม่เพียงพอสำหรับการออกแบบคาน โครงสร้าง และโครงสร้างเครื่องจักรกลให้ได้ผลดี ทั้งนี้ปัจจัยของการใช้งานให้ได้ยาวนานและทนทานนั้นยังมีเงื่อนไขสำคัญที่เกี่ยวข้องคือ แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดที่กระทำต่อโครงสร้าง และสามารแสดงแผนภูมิแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดที่กระทำต่อคานและโครงสร้างได้

ดังนั้นในการวิจัยครั้งนี้จึงได้นำวิธีการคำนวณการหาแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคานด้วย เทคนิคการวิเคราะห์แบบช่วงต่อเนื่องบนคาน ซึ่งเป็นเทคนิคการวิเคราะห์แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดบนคานที่ง่ายและลดขั้นตอนในการคำนวณและการเขียนแผนภูมิแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด เพื่อช่วยให้ผู้เรียนได้ตรวจสอบและเปรียบเทียบคำตอบคำตอบจากการคำนวณด้วยวิธีการเดิมหรือใช้สำหรับศึกษาเพิ่มเติมเกี่ยวกับแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดบนคานสามารถช่วยให้ผู้สอนตรวจงานได้ง่าย และหาประสิทธิภาพของชุดการสอนวิธีการคำนวณการหาแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคานด้วย เทคนิคการวิเคราะห์แบบช่วงต่อเนื่องบนคาน

2.ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

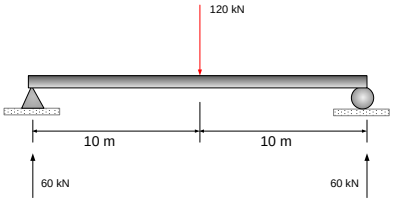
ค่าแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด มีความสำคัญอย่างยิ่งสำหรับการออกแบบโครงสร้าง ไม่ว่าจะเป็น โครงสร้างอาคารเหล็กหรือโครงสร้างเครื่องจักรกล เช่น ในการออกแบบอาคารสมัยใหม่ที่นิยมใช้โครงสร้างเหล็ก โดยใช้เหล็กรูปพรรณมาทำคานและเสา เพื่อป้องกันแผ่นดินไหว โมเมนต์ดัดจะเป็นตัวกำหนดขนาดหน้าตัดของคาน ส่วนแรงเฉือนจะเป็นตัวกำหนดขนาดและระยะห่างจุดที่แรงภายนอกมากระทำ เป็นต้น ในการศึกษาเรื่องการหาค่าแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดจำเป็นจะต้องรู้ถึงชนิดและพฤติกรรมของคานเมื่อรับน้ำหนักด้วย เพื่อการวิเคราะห์ที่ถูกต้อง

การวิจัยครั้งนี้มีลักษณะเป็นการวิจัยเชิงทดลอง (Experimental Research) เพื่อนำเสนอเทคนิคการคำนวณและหาประสิทธิภาพชุดการสอน เรื่อง แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน

2.1 การคำนวณแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดด้วยวิธี ช่วงต่อเนื่องบนคาน

การคำนวณแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดด้วยวิธี ช่วงต่อเนื่องบนคาน ดังเช่นจากภาพที่ 2 คานจะถูกแบ่งออกเป็น 4 ช่วง ช่วงที่ 1 จากด้านซ้ายของจุดรองรับถึงจุดสุดท้ายของแรงกระจาย ช่วงที่ 2 จากจุดสุดท้ายของแรงกระจายจนถึงแรงที่กระทำบนคานแบบจุด ช่วงที่ 3 เริ่มจากแรงกระทำจุดจนถึงโมเมนต์ Mo และช่วงที่ 4 จากตำแหน่งที่โมเมนต์กระทำจนถึงปลายคาน

สำหรับการคำนวณแรงเฉือนด้วยวิธีช่วงต่อเนื่องบนคาน เราจะแบ่งขั้นตอนการคำนวณออกเป็น 4 ขั้นตอน จากภาพที่ 2



ภาพที่ 2 ตัวอย่างคานอย่างง่าย

2.1.1 ขั้นตอนที่ 1 กำหนดช่วงต่อเนื่องบนคาน จากภาพที่ 4 ช่วงต่อเนื่องบนคาน เท่ากับ 2 ช่วง ด้านซ้ายของคานกำหนดให้เป็นช่วงที่ 1 ด้านขวากำหนดเป็นช่วงที่ 2 เมื่อแรงกระทำเป็นจุดตกตรงกึ่งกลางคาน แรงกระทำคือ w(x)=0

2.1.2 ขั้นตอนที่ 2 สร้างตารางวิเคราะห์แต่ละช่วงบนคาน ประกอบด้วย 2แถว 3หลัก หลักที่1 เขียนสมการแรงเฉือนและ สมการโมเมนต์ดัด หลักที่2 และหลักที่ 3 แสดงระยะที่แรงกระทำ ของแต่ละช่วงคาน

$0 \le \bar{x} \le 10m$	$@\,\bar{x}=0$	$@\,\bar{x}=10$
$V = V_0 - \int w(\bar{x}) = 6 - 0 = 6$	6	6
$M = M_0 + \int V(\bar{x}) = 0 + 6\bar{x} = 6\bar{x}$	0	60

$0 \le x \le 10m$	$@\,x=0$	$@\,x=10$
$V = V_0 - \int w(x) = 6 - 12 = -6$	−6	−6
$M = M_0 + \int V(x) = 60 - 6x$	60	0

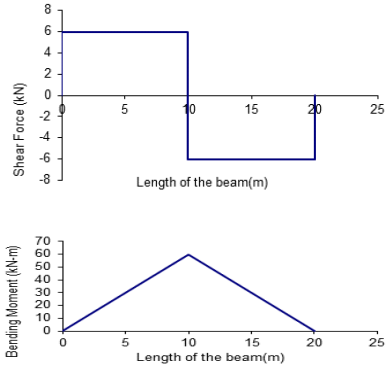
2.1.3 ขั้นตอนที่ 3 คำนวณหาแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดของแต่ละช่วงของคาน เริ่มจากด้านซ้ายสุดของคานจนไปสิ้นสุดที่ด้านขวาของคานด้วยสมการ

$$V = V_0 - \int w(\bar{x})$$

และ

$$M = M_0 + \int V(\bar{x})$$

2.1.4 ขั้นตอนที่ 4 เขียนแผนภูมิแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด หลังจากทำการการคำนวณแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดแล้วนำค่าที่ได้มาเขียนแผนภูมิด้วย Exel จะได้แผนภูมิดังรูป



ภาพที่ 3 SFD และ BMD

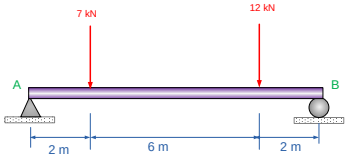
3. การดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้มีลักษณะเป็นการวิจัยเชิงทดลอง (Experimental Research) เพื่อเปรียบเทียบวิธีการคำนวณและหาประสิทธิภาพชุดการสอน เรื่อง แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคานโดยผู้วิจัยดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

3.1การเปรียบเทียบผลการคำนวณแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด

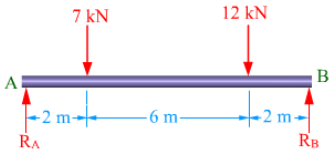
การเปรียบเทียบผลการคำนวณแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดจะใช้วิธีการคำนวณตามขั้นตอนการหาแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดด้วยวิธีดั้งเดิม ซึ่งถือว่าเป็นวิธีปกติซึ่งใช้เวลาในการคำนวณที่มากกว่าวิธี ช่วงต่อเนื่อง

3.1.1 การหาแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดด้วยวิธีดั้งเดิม



ภาพที่ 4 คานที่มีแรงกระทำ

วิธีทำ เขียนไดอะแกรมรูปอิสระสมดุลโมเมนต์รอบจุด B



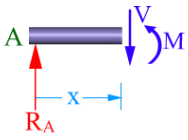
$$\sum M_B = 0$$

$$10R_A = (8\times 7)+(12\times 2)$$

$$R_A = \frac{8}{10} = 8 \ \ kN$$

$$\therefore R_B = 11 \ \ kN$$

ทำการตัดหน้าตัดที่ @ $0 \le x < 2$



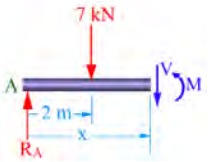
$$\sum F_y = 0 \ ; \ V = R_A = 8 \ \ kN$$

$$\sum M_{NA} = 0 \ ; \ R_A(x) \ \ kN-m$$

$$@\, x = 0 \ \ m \ ; \ M = 8(0) \ \ kN-m$$

$$@\, x = 2 \ \ m \ ; M = 8(2) = \ 16 \ \ kN-m$$

ทำการตัดหน้าตัดที่ @ $2 < x < 8$



$$\sum F_y = 0 \ ; \ V = R_A - 7 \ \ Kn$$

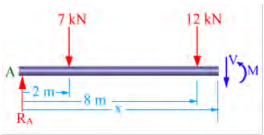
$$= 8-7 = 1 \ \ kN$$

$$\sum M_{NA} = 0 \ ; \ R_A(x) - 7(x-2) \ \ kN-m$$

$$@\, x = 2m \ \ ; \ M = 8(2) - 7(2-2) = 16 \ \ kN-m$$

$$@\, x = 8m \ \ ; M = 8(8) - 7(8-6) = \ 22 \ \ kN-m$$

ทำการตัดหน้าตัดที่ @ $8 < x < 10$



$$\sum F_y = 0 \ ; \ V = R_A - 7 - 12 \ \ Kn$$

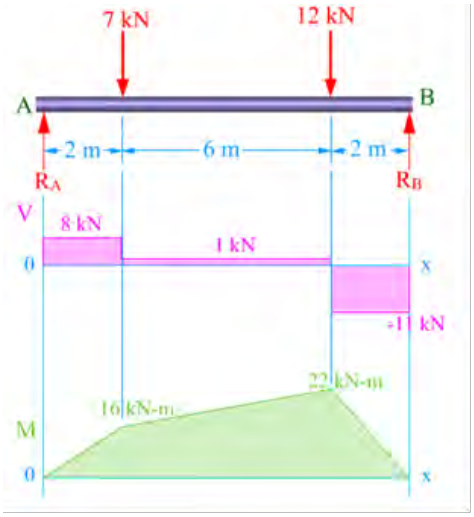
$$= 8-7-12 = 11 \ \ kN$$

$$\sum M_{NA} = 0 \ ; \ R_A(x) - 7(x-2) - 12(x-8) \ \ kN-m$$

$$@\, x = 8m \ \ ; \ M = 8(8) - 7(8-2) - 12(10-8) = 22 \ \ kN-m$$

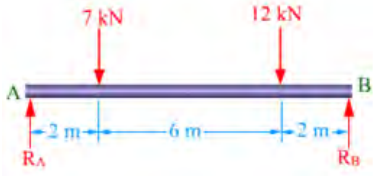
$$@\, x = 10m \ \ ; M = 8(10) - 7(10-2) - 12(10-8) = \ 0 \ \ kN-m$$

∴ โมเมนต์ดัดสูงสุดเท่ากับ 22 kN-m กระทำห่างจากจุด A เท่ากับ 8 m นำค่าของสมการที่ได้ในช่วงต่าง ๆของคานไปเขียนค่าของแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด ดังรูป



3.1.2 การหาแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดด้วยวิธี ช่วงต่อเนื่อง

วิธีทำ เขียนไดอะแกรมรูปอิสระสมดุลโมเมนต์รอบจุด B



พิจารณาช่วงที่1 จากด้านซ้ายสุดของคาน $0 \le \bar{x} \le 2m$

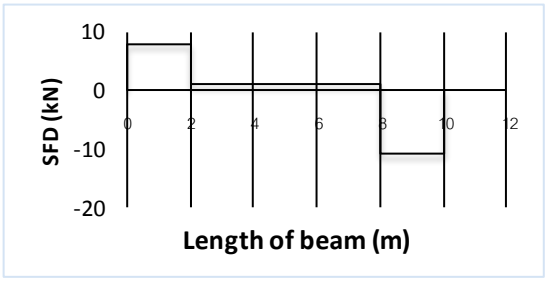
$0 \le \bar{x} \le 2m$	$@\bar{x}=0$	$@\bar{x}=2$
$V = V_0 - \int w(\bar{x}) = 8 - 0 = 8$	8	8
$M = M_0 + \int V(\bar{x}) = 0 + 8\bar{x} = 8\bar{x}$	0	16

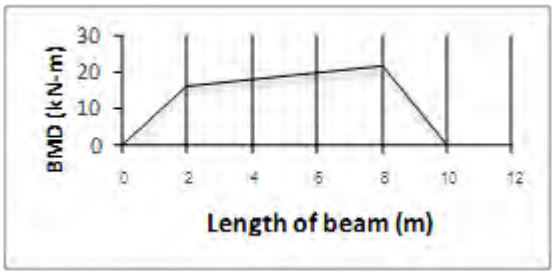
พิจารณาช่วงที่2 ที่ระยะ $0 \le \bar{x} \le 6m$

$0 \le \bar{x} \le 6m$	$@\bar{x}=0$	$@\bar{x}=6$
$V = V_0 - \int w(\bar{x}) = 8 - 7 = 1$	1	1
$M = M_0 + \int V(\bar{x}) = 16 + 1\bar{x}$	16	22

พิจารณาช่วงที่3 จากด้านขวาสุดของคาน $0 \le \bar{x} \le 2m$

$0 \le \bar{x} \le 2m$	$@\bar{x}=0$	$@\bar{x}=2$
$V = V_0 - \int w(\bar{x}) = 1 - 12 = -11$	-11	-11
$M = M_0 + \int V(\bar{x}) = 22 + 11\bar{x}$	22	0





ภาพที่ 5แผนภูมิของแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดจากการวิธีช่วงต่อเนื่อง

3.2 การหาประสิทธิภาพชุดการสอน

การวิเคราะห์หาประสิทธิภาพของชุดการสอนเรื่องเรื่องแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน โดยใช้กลุ่มตัวอย่าง เป็นนักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงชั้นปีที่ 2สาขาวิชาเทคนิคโลหะ

วิทยาลัยเทคนิคร้อยเอ็ด ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 จำนวน17 คน เป็นค่าที่วิเคราะห์จากการทำแบบฝึกหัดและการทำแบบทดสอบหลังจากเรียนครบหน่วยที่กำหนดไว้ โดยเปรียบเทียบกับเกณฑ์ 80/80

$$E_1 = \frac{\left(\frac{\Sigma X}{N}\right)}{A} \times 100$$

$$E_2 = \frac{\left(\frac{\Sigma F}{N}\right)}{B} \times 100$$

E1 คือ ประสิทธิภาพของกระบวนการที่จัดไว้ในชุดการสอนคิดเป็นร้อยละจากการทำแบบฝึกหัดหลังเรียน

E2 คือ ประสิทธิภาพของผลลัพธ์ คิดเป็นร้อยละจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์

$\sum X$ คือ คะแนนรวมของผู้เรียนจากการทำแบบฝึกหัดหลังเรียน

$\sum F$ คือ คะแนนรวมของผู้เรียนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์

N คือ จำนวนผู้เรียน

A คือ คะแนนเต็มของแบบฝึกหัดหลังเรียน

B คือ คะแนนรวมของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์

4. ผลการวิจัย

ผลการวิจัยที่นำเสนอในบทความนี้ ในส่วนแรกเป็นการเปรียบเทียบผลการคำนวณแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน และส่วนที่ 2 จะเป็นการวิเคราะห์ผลประสิทธิภาพของชุดการสอนเรื่องแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดบนคาน

4.1 การเปรียบเทียบผลการคำนวณแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน

ตารางที่ 1 ผลการคำนวณคาน

	การคำนวณด้วยวิธีเดิม		การคำนวณด้วยวิธี ช่วงต่อเนื่อง	
ช่วงคาน	SFD (N)	BMD (Nm)	SFD (N)	BMD (Nm)
@ X= 0 m	8	0	8	0
@ X<= 2 m	8	16	8	16
@ X= 2 m	1	16	1	16
@ X<=6 m	1	22	1	22
@ X= 6 m	-11	22	-11	22
@ X<= 8 m	-11	0	-11	0

การเปรียบเทียบผลการคำนวณแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาระหว่างวิธีดั้งเดิมและวิธีช่วงต่อเนื่องพบว่า การคำนวณแต่ละช่วงความยาวของคานค่า แรงเฉือนและค่าโมเมนต์ดัดในคานมีค่าเท่ากันทุกช่วงความยาวคาน

4.2 ประสิทธิภาพชุดการสอน

การวิเคราะห์หาประสิทธิภาพของชุดการสอนเรื่องแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคานด้วยวิธีช่วงต่อเนื่อง เป็นค่าที่วิเคราะห์จากการทำแบบฝึกหัดและการทำแบบทดสอบหลังจากเรียนครบหน่วยที่กำหนดไว้ โดยเปรียบเทียบกับเกณฑ์ 80/80 ได้ผลดังนี้

ตารางที่ 2 ผลคะแนนของแบบฝึกหัดหลังบทเรียน

รายการ	จำนวนผู้เรียน	คะแนนเต็ม	ผลรวม	เฉลี่ย	ร้อยละ
แบบฝึกหัดที่ 1	17	10	134	7.88	78.82
แบบฝึกหัดที่ 2	17	10	134	7.88	78.82
แบบฝึกหัดที่ 3	17	10	138	8.12	81.18
แบบฝึกหัดที่ 4	17	10	142	8.35	83.53
แบบฝึกหัดที่ 5	17	10	145	8.53	85.29
แบบฝึกหัดที่ 6	17	10	139	8.18	81.76
		60	832	48.94	81.57

จากตารางที่ 2 แสดงให้เห็นผลการทำแบบฝึกหัดของกลุ่มตัวอย่าง พบว่านักศึกษาทำคะแนนแบบฝึกหัดเฉลี่ยรวมได้ร้อยละ 81.57 เกินร้อยละ 80 ที่กำหนด โดยนักศึกษาทำคะแนนเฉลี่ยได้มากที่สุดคือ แบบฝึกหัดที่ 5 ร้อยละ 85.29

ตารางที่3 ผลคะแนนของการทดสอบหลังบทเรียน

รายการ	จำนวนผู้เรียน	คะแนนเต็ม	ผลรวม	เฉลี่ย	ร้อยละ
แบบทดสอบ	17	40	564	33.18	82.94

จากตารางที่3 พบว่าในการทำแบบทดสอบ หลังจากเรียนจบแล้ว กลุ่มตัวอย่างทำคะแนนได้เฉลี่ย 33.18 จาก คะแนนเต็ม 40 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 82.96 ซึ่งเกินร้อยละ 80 ตามที่กำหนด

ตารางที่ 4 ผลคะแนนของการทดสอบหลังบทเรียน

รายการ	คะแนนเต็ม	เฉลี่ย	ร้อยละ
คะแนน E1	60	48.94	81.57
คะแนน E2	40	33.18	82.94

จากตารางที่ 3 ผลคะแนนของการทำแบบฝึกหัด และแบบทดสอบ โดยกลุ่มตัวอย่างสามารถทำแบบฝึกหัดได้ถูกต้องเฉลี่ย 48.94คะแนน จากคะแนนเต็ม 60 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 81.57 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ 80 ที่ตั้งไว้ และกลุ่มตัวอย่างสามารถทำคะแนนจาก การทำแบบทดสอบได้ถูกต้องเฉลี่ย 33.18 คะแนน จากคะแนนเต็ม 40 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 82.94 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ 80 ที่ตั้งไว้

5.สรุปผลการวิจัย

บทความวิจัยนี้เป็นการนำเสนอวิธีการคำนวณแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดด้วย วิธี ช่วงต่อเนื่อง ซึ่งเป็นวิธีการคำนวณด้วยเทคนิคใหม่แตกต่างจากวิธีดั้งเดิม เป็นการลดขั้นตอนในการวิเคราะห์แรงที่มากระทำต่อโครงสร้าง สะดวกในการตรวจสอบผลลัพธ์ เข้าใจได้ง่าย ลดเวลาการทำงาน เหมาะแก่การนำมาใช้ในการเรียนการสอนวิชา 3100 - 0107 ความแข็งแรงของวัสดุ ในระดับ ประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง ตามหลักสูตรของสำนักงานการอาชีวศึกษา และประสิทธิภาพชุดการสอนการวิธีการคำนวณแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดด้วย วิธีช่วงต่อเนื่อง มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 80 ที่กำหนด

6. เอกสารอ้างอิง

[1] Hibbeler, Russell C. (2001) Structural Analysis, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ.
[2] Gere, James M. (2002) Mechanics of Materials, Brooks Cole, New York.
[3] Nelson, James K and McCormac, Jack C. (2002) Structural *Analysis: Using Classical and Matrix Methods*, John Wiley & Sons, New York.
[4] Hibbeler, Russell C. (2002) *Mechanics of Materials*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ.
[5] Das, Nirmal K. (2001) "Teaching Structural Analysis Using MathCAD Software," *Proceedings of the 2001 American Society for Engineering Education Annual Conference & Exposition*.